



TITLE:

可能世界意味論に対する一批判(非
古典論理とそのKripke意味論に関
する諸問題)

AUTHOR(S):

竹内, 泉

CITATION:

竹内, 泉. 可能世界意味論に対する一批判(非古典論理とそのKripke意味
論に関する諸問題). 数理解析研究所講究録 1995, 927: 157-170

ISSUE DATE:

1995-11

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/59908>

RIGHT:

可能世界意味論に対する一批判

東京都立大学理学部 竹内 泉 (Takeuti Izumi)

クリプキらの可能世界の概念には形而上学的であるという批判がある。本稿では可能世界の概念を排除してどれだけ様相論理の意味論が展開できるかを観る。

● 厳密含意と実質含意

厳密含意と実質含意との区別は永い間議論されてきた。

例えば運動会の朝に雨に気付いた子供は、

(1) 「晴れていれば運動会だったのに。」

と言うかも知れない。この「れば」を実質含意と解釈すれば、この含意命題は雨が降っていれば必ず真になる。〔註1〕しかしこの子は雨の日に毎日この様なことを言ったりはしないだろう。この様な例が、実質含意とは異なる厳密含意を提唱することの論拠とされる。

様相論理では、厳密含意を「必然的に含意が成り立つ。」と見做す。実質含意は『 $\sim \dots \vee \dots$ 』のことであり、厳密含意は『 $\Box(\sim \dots \vee \dots)$ 』のことである、と解釈される。〔註2〕

● 含意と普遍量化

論理学を学んで教わる含意の意味は「先件が成り立たないか、または後件が成り立つ。」という、いわゆる実質含意であるが、これに違和感を覚える人は多い。例えば『 $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$ 』は恒真であると教わっても、

(2) 「晴れならば休日であるか、休日ならば晴れであるか、
のどちらかである。」

という言明を想い浮かべて奇しいと思う。しかしだからと云って直観主義論理やその他の弱い論理を持ち出すことは当たらない。ここでの問題は言語に於いて明示されていない普遍量化を忘れていることにある。文例(2)の言明型式を正しく述語論理で書けば

$$\lceil (x)(\text{日}(x) \rightarrow \text{晴}(x) \rightarrow \text{休}(x)) \rceil$$

$$\vee (x)(\text{日}(x) \rightarrow \text{休}(x) \rightarrow \text{晴}(x)) \rceil$$

となり、確かにこれは恒真ではない。

含意に対するよく云われる違和感は、多く、このような「ならば」と含意との混乱にある。「ならば」の意味は、常に『一』なのではなく、屡々『 $(x)(X(x) \Rightarrow \dots \rightarrow \dots)$ 』となる。

量化には、何でも代入できる、という意味の他に、周囲の文脈から情報を遮蔽する、という機能がある。例えば二人で

とある温泉に旅行したとしよう。夕方に新聞を求め、次の様な会話があったとする。

(3-1) 「あれ、夕刊が無いね。」

(3-2) 「田舎には夕刊が無いんだよ。」

前者は今ここに夕刊が無いことを言っているのにたいし、後者は一般に地方では、という普遍量化した形で主張している。暗黙の量化によって、文脈が場所として用意している情報《ここ》を遮蔽したのである。〔註3〕

● 可能世界の理論

可能世界解釈では、厳密含意もまた暗黙の量化によって説明される。可能世界解釈では、述語には皆、「世界 w では」という暗黙の補語があり、普通には《この世界》が代入されている。必然性の記号 \Box は『 $(w)(W(w) \rightarrow \dots)$ 』と解釈される。厳密含意とは、「ならば」によって世界を表す変数が暗黙裡に量化されて『 $(w)(W(w) \rightarrow \dots \rightarrow \dots)$ 』となったもの、ということである。『 $W()$ 』は、S5論理に対する解釈では「…はある可能世界である。」という意味だが、S4論理に対する解釈では「…はこの世界から到達可能なある可能世界である。」という意味になる。

先の例文(1)では、子供は今日の自分の学校での話をしているのだから、時間も場所も量化されていない。ここでは

世界が量化されている。但し「全ての可能世界で」とするのは妥当ではない。運動会の予定日がないような可能世界もあることだろう。「昨日までの状況が全て同じであるような可能世界では」という暗黙の仮定がここにはある。

（虫のいい仮定である。）

● 可能世界と極大無矛盾集合

可能世界解釈では、必然性の概念に「どんな可能世界でも成り立つ。」という意味を与えた。可能世界は論理式の極大無矛盾集合によって表現される。〔註4〕可能世界が現実世界だけしかないのであれば必然性は無駄な概念である。可能世界を云う時には当然に他の世界にも言及していなければならない。

しかし果たして、文例（1）を言った子供は昨日までの状況が同じであるような様々な極大無矛盾集合に言及しているのであろうか。単に、昨日までの状況が同じである、という暗黙の仮定に、今日が晴れるという仮定を追加したに過ぎない。反実状況を考える際に、それをわざわざ極大無矛盾にまで膨らませるのは行き過ぎである。クリプキも、実際には部分的な状況だけを想定すると言っているが、そうであるならば理論上も極大無矛盾集合は必要ない。〔註5〕

様相の解釈に可能世界が重用されるのは、単に技術的な取

り扱いが容易であったからに過ぎない。同様に技術的に可能な別の解釈があるならば、様相論理にとって可能世界解釈は意味論などではなく、単なる技術上の方便ということになるだろう。以下、本稿では、可能世界のような形而上学的な存在を言わずとも様相が解釈し得ることを示そう。

● 情報の遮蔽

必然性を考える為に、再び含意に伴う暗黙の量化を考えよう。

文例（３－１）では場所を表す変数の値が《ここ》であるが、（３－２）では場所の変数が量化されている為に、変数の値は《ここ》ではない。これが量化による遮蔽であった。

それと同様、文例（１）も、「今日は雨だ」という状況を遮蔽し、昨日までの状況と「今日晴れたら」という仮定とによって語っている。だから、雨の日にはいつも妥当、とはならないのである。

暗黙の変数の値にせよ、状況にせよ、情報であることには違いない。「ならば」の暗黙の機能は、変数の量化ではなく、情報の遮蔽であると考えられる。

● 部分状況による様相の解釈

可能世界を持ち出すことなく、状況の遮蔽だけで様相論理の解釈を試みる。これを仮に部分状況解釈と名付ける。これ

は古典論理によって必然性を解釈するものであり、古典論理自体に対する解釈には立ち入らない。

論理式の構文は述語論理に必然性の様相記号 \Box を加えたものとする。論理演算子は否定・連言・普遍量化・必然性に限る。こうしても表現力は弱くならない。これに対し、様相記号を含まない論理式を古典論理の論理式と呼ぶ。古典論理の論理式が否定・連言・普遍量化に関する推論で証明可能な場合、古典論理で証明可能と呼ぶ。古典論理の論理式が無矛盾であるとは、古典論理で矛盾が証明できないことを云う。

解釈は状況によって為される。透過状況は、古典論理の論理式の列であって、無矛盾であるものである。不透過状況もまた、古典論理の論理式の列であって、無矛盾であるものである。どちらも、空列であってもよい。状況とは、透過状況と不透過状況の組であって、全体として無矛盾であるものである。

『 $c_1, \dots, c_i ; d_1, \dots, d_j \models p$ 』と書いて、「状況 $\langle c_1, \dots, c_i ; d_1, \dots, d_j \rangle$ の許で p は真と解釈される」と読む。この時、 $\langle c_1, \dots, c_i \rangle$ は透過状況であり、 $\langle d_1, \dots, d_j \rangle$ は不透過状況であり、 p は論理式である。 i や j は0でもよい。則ち、『 ; 』の前または後が空列であってよい。『 ; 』の前後が共に空列である場合には、

「 p は恒真である。」と読む。

$\llbracket c_1, \dots, c_i ; d_1, \dots, d_j \rrbracket = p$

の意味は p の構成に沿って定義される。以下に、 C によって透過文脈を表し、 D によって不透過文脈を表す。

p が原子論理式ならば、 $\llbracket C ; D \rrbracket = p$ とは、

古典論理で $\llbracket C ; D \rrbracket \vdash p$ が証明可能ということである。

$\llbracket C ; D \rrbracket = p \ \& \ q$ とは、

$\llbracket C ; D \rrbracket = p$ かつ $\llbracket C ; D \rrbracket = q$ ということである。

$\llbracket C ; D \rrbracket = (x) p(x)$ とは、

状況 $\langle C ; D \rangle$ に現れないような z に変数名の置き換えをして、 $\llbracket C ; D \rrbracket = p(z)$ ということである。

$\llbracket C ; D \rrbracket = \sim p$ とは、

C' が C を含み、 D' が D を含み、かつ無矛盾であるような任意の状況 $\langle C' ; D' \rangle$ に於いて、 $\llbracket C' ; D' \rrbracket = p$ とはならないことである。

$\llbracket C ; D \rrbracket = \Box p$ とは、

C を含み、 D と無矛盾であるような任意の透過状況 C' に於いて、 $\llbracket C' ; \rrbracket = p$ となることである。

状況 $\langle C ; D \rangle$ に於ける $\llbracket \Box p \rrbracket$ の解釈には、透過状況

C を含む C' のみを使って解釈し、不透過状況 D は使わない。ここがこの解釈の特徴である。必然性の判断をする際に、透過状況は遮蔽されずに様相記号を透過していき、不透過状況は遮蔽される。則ち、文例（1）を解釈する時には、「昨日までの状況」が透過状況であり、「今日は雨」が不透過状況であった。

この解釈では、次の定理が成り立つ。

〔定理 1〕 部分可能解釈は、命題論理の断片に於いては、

S 5 様相に対し健全かつ完全である。

則ち、S 5 論理で証明可能な、量化記号を含まない論理式は、全てこの解釈によって恒真となる。この証明では本質的に、S 5 命題論理では、任意の論理式が、古典論理の論理式を一回だけ『□』か『～□～』によって様相化したものの連言・選言による結合と同値になる、ということを使っている。様相記号が二重にならないような論理式に還元できるということは、S 5 論理では様相自体は様相の対象とはならないことの反映であろう。後に触れるように、部分状況解釈では、様相とは認識の様態としてある。認識自体は認識の対象とはされないので、部分状況解釈は S 5 命題論理とよく整合するのだろう。

しかし、量化記号を含んだ論理式に関しては、S 5 様相に

対する健全性と完全性は証明されていない。その反例も得られてはいないけれども、おそらくは絶望的であろう。

● 個体指示

述語論理に於ける部分状況解釈の問題は、可能世界の理論に於いては貫世界同定と呼ばれるもの〔註6〕がこの解釈にはないことにある。「性質Pを必然的に持っているもの」とか、「性質Pを持つ可能性があるもの」などという範疇は、この解釈では適切な意味を与えることが出来ない。

その一方でこの解釈では、次の定理が成り立つ。

〔定理2〕部分可能解釈は、『 $(x)(\dots \Box(\dots x \dots)\dots)$ 』のように様相記号の内側の変数を外側から量化することがない論理式に関しては、S5様相に対し健全かつ完全である。

証明は定理1と同様に為される。

内側の変数を外から量化することこそが、解釈に貫世界同定を必要とするのである。部分状況解釈とS5様相とが不整合を起こしている場所は、そのまま、現代論理学が将に直面している問題である。不整合の責めを部分状況解釈のみに負わせるのは不当であろう。

S5様相がよく言われるのは、可能世界解釈に際し貫世界同定が極めて観易くなっていることによる。それは単に個体

領域を共有するだけでよかった。それはクリプキの個体指示の理論によく整合する。〔註7〕

クリプキによると、「アリストテレス」は個体を指示する固有名であって、「ニコマコス倫理学の原著者」や「アレキサンドロス大王の幼年期の教師」のような記述では置き換え出来ない、とされている。「アリストテレス」がそのような記述の束であるとするラッセルらの解釈では、

（4）「アリストテレスはアレキサンドロス大王の幼年期の教師である。」

は論理的に恒真であり、必然か偶然かを問う意味が無くなってしまふ、という問題がある。成る程、かの時代にマケドニアの王子の教師をアリストテレスが務めたのは必然なのか、偶然なのか、筆者は知らない。この点に於いては、個体指示の方が優っている。しかしそれならば、形而上学と自然学とニコマコス倫理学が全て後世の偽書であり、リュケイオン学校の初代学頭がテオプラテトスだったならば、「アリストテレス」なる個体は一体何なのか、という批判は受けなければならない。

部分状況解釈では、その様な問題は発生しない。文脈が透過状況として（4）を用意しているならば、それは必然である。一方、歴史を語る文脈では通常は、「アリストテレスは

スタギラに生まれ、ニコマコスの子であり、プラトンの学生であった。」「アレクサンドロスはマケドニアの王子であった。」などが透過状況となり、(4)は不透過状況である。だからこそ、彼が王子の教師に就職したのは必然か偶然かということが議論になり得る。

このように、この解釈では、「アリストテレス」は固有名であるけれども、個体指示でもないし、固定された記述の束でもない。敢えて言うならば、文脈が与える状況によって定められた、変わり得る記述の束ということになる。必然かどうかは、文脈がどのような透過状況を設定するかに依存する。様相は形而上学的に存るのではなく、認識の態度として存る。

〔註8〕

では、部分状況解釈は個体指示を全く扱えないのだろうか。少なくとも、我々の身体による直示は個体指示であろう。

〔註9〕しかし直示語ではこの解釈でも不整合は起きない。直示語は量化されないから、定理2の要件には触れない。直示された個体がかくかくの属性を持つことは必然かどうかを問うことは問題ではない。「必然的にかくかくの属性を持つ個体は全て」というように普遍された概念を語ることが問題なのである。

● 結論

本稿では様相の解釈として部分状況解釈を提案した。これにより、クリプキの可能世界解釈だけが唯一の様相の意味論の候補である、ということは最早言えなくなった。クリプキの可能世界解釈と、部分状況解釈と、どちらが様相の意味論として適当であるかは、猶、議論を要する。議論の焦点となるのは、個体指示と貫世界同定の問題であろう。直示語は個体を指示し得るとして、言表様相と事象様相によってフレーゲパズルを解いたとしても、身体では直示し得ない個体にまで事象様相と拡張過ぎると、途端にクワインパズルに陥ってしまう。〔註10〕

述語論理に於いて本質である筈の個体に関する問題は、解かれていないものが多い。言及されることを待っているものは、更にもっと多いのだろう。

註

〔1〕雨ならば常に成り立つ、というのは、文全体ではなく含意命題だけのことである。この文は全体としては、含意命題の外側に反実文であることを表す助詞「のに」が付いている。この助詞の解釈には立ち入らない。

〔2〕ヒューズ、クレスウェル著 三浦聰、大濱茂生、春藤修二 訳「様相論理入門」恒星社厚生閣 1981

[3] 暗黙の補語の量化に関しては、Kamp, Hans 著

『Condition in DR theory』, Hoepelman, Jakob Ph. 編

「Representation and Reasoning」Max Niemeyer

Verlag 1988年 所収 66～173頁

[4] 数学では、「超準」等の言葉によって、極大無矛盾な論理式の集合では弁別し得ない構造の差異を議論する。しかしここではそのような差異は些細であるとして立ち入らない。

[5] クリプキ著 八木沢敬、野家啓一 訳「名指しと必然性—様相の形而上学と心身問題—」産業図書出版 1985年

50頁16行目

[6] クリプキは、個体領域は一つしかなく、貫世界同定もあり得ないと言っている。所で、各可能世界が唯一の個体領域を共有する構造と、各世界にそれぞれの個体領域があつて一対一の貫世界同定がある構造とは、技術的には全く同値である。クリプキは、唯一の個体領域の共有こそが本質であり、一対一の貫世界同定などは単なる技術上の方便に過ぎないと言うだろう。しかし筆者は、可能世界がそもそも技術上の方便であり得ると主張しているのである。だから本稿では、個体領域の共有は貫世界同定の一形態であると思ふ。クリプキ「名指しと必然性」56頁5行目参照。

[7] 前註参照。

〔8〕技術的な取り扱いが一見同様であると云う理由から、時間や当為、願望等が「様相」と呼ばれることもあるが、これは単に用語の流用に過ぎない。一方でクワインは様相を語る際に、同時に信念と知識の論理や引用の論理を語っている。これは、様相の本来の語義である必然性・可能性等は、形而上学的なものではなく知識と信念の所産である、という立場に通ずるものがある。クワイン著 飯田隆 訳「論理的観点から一論理と哲学をめぐる九章一」第八章『指示と様相』1992年 参照。

〔9〕Kaplan, D. 『Demonstratives』、「Themes from Kaplan」所収 1988年

〔10〕クワインパズルについては、クワイン著「論理的観点から」第八章『指示と様相』及び、野本和幸 著「現代の論理的意味論ーフレーゲからクリプキまでー」岩波書店 1988年 参照。

謝辞

本稿を書くに当たり、飯田隆先生、金沢誠先生、清塚邦彦氏から貴重なご指導、御助言を賜わりました。ここに厚く御礼申し上げます。また、本研究の発表に際しお世話いただきました鈴木信行先生に謹んで感謝いたします。